

## МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ПОСТНЕКЛАССИЧЕСКИЙ ПЕРИОД РАЗВИТИЯ НАУКИ

Тестов Владимир Афанасьевич, д.п.н., профессор  
Вологодский государственный университет  
[vladafan@inbox.ru](mailto:vladafan@inbox.ru)

*Аннотация.* В статье показано, что особенностью постнеклассической науки является переход от четких, определенных понятий к менее четким. В математике появились новые разделы, послужившие основой теории мягких моделей. Методика обучения математике уже давно оперирует с нестрогими определенными, «размытыми» понятиями. На методике обучения математике сказывается как изменение научной картины мира, так и переход общества в новую сетевую эпоху.

*Ключевые слова:* научная картина мира, нечеткие множества, мягкие модели, принцип когерентности, сетевые проекты.

## METHODOLOGICAL BASIS OF METHODS OF TEACHING MATHEMATICS IN POST-NONCLASSICAL PERIOD OF DEVELOPMENT OF SCIENCE

Testov Vladimir A., Professor  
Vologda State University  
[vladafan@inbox.ru](mailto:vladafan@inbox.ru)

*Abstract.* The article shows that feature post-nonclassical science is the transition from clear, certain concepts in a less clear-cut. In mathematics, there are new sections, which form the basis of the theory of soft models. Methods of teaching mathematics has long operated with a loosely defined, "fuzzy" concepts. In mathematics teaching method change affects both the scientific world and the transition of society to a new era of network.

*Keywords:* scientific picture of the world, fuzzy sets, soft model, coherence principle, network projects.

В последние десятилетия в науке сформировалась постнеклассическая научная картина мира, характеризующаяся отказом от детерминизма и абсолютизации, признанием идей самоорганизации, конструктивной роли хаоса, повышением удельного веса междисциплинарных исследований и резким усилением синтеза знаний. При работе со сложными системами были выявлены принципиальные ограничения возможностей описания их актуального состояния, реконструкции их прошлого и предсказания будущего. Было осознано, что существует горизонт прогноза. Это такое же серьезное препятствие в исполнении наших желаний, как скорость передачи сигналов или невозможность создания вечного двигателя. В поведении и развитии сложной динамической системы всегда есть доля неопределенности и непредсказуемости. Иначе говоря, сложная динамическая система – это такой "черный ящик", который в принципе нельзя сделать достаточно прозрачным для его однозначного описания; она требует множества разнообразных описаний, отличающихся друг от друга и дополняющих друг друга.

Для современной картины мира характерно, что она не может быть описана в рационалистических традициях, с опорой лишь на двузначную логику и точно очерченные понятия. Точность долгое время считалась основным требованием к понятиям, а все расплывчатое рассматривалось как недостойное серьезного интереса. Однако в постнеклассической науке ситуация изменилась: было осознано, что одним из средств сделать понятия более соответствующими сложной, динамичной, неопределенной реальности является переход от четких, определенных понятий к менее четким. Попытки создания точного и однозначного языка, устраняющего из науки все неопределенности, не увенчались успехом. Оказалось, чем более точен язык, тем менее полно описывается научное явление, и наоборот, чем он менее точен, тем полнее теория описывает предмет.

Необходимость рассмотрения таких нечетких понятий с "размытым" набором признаков, имеющих больше степеней свободы своего использования, коренится не столько в недостаточной проницательности человеческого ума, сколько в сложности самого мира, в отсутствии в нем жестких границ и ясно очерченных классов, во всеобщей изменчивости, "текучести" вещей. Тот же, кто постоянно нацелен на проведение ясных разграничительных линий, постоянно рискует оказаться в

искусственном, им самим созданном мире, имеющем мало общего с динамичным, полным оттенков и переходов реальным миром.

Динамические образные представления трудно, порой невозможно, а также и нецелесообразно фиксировать в виде строгих и точных понятий и устойчивых классификаций. Нестрогие и нечеткие понятия, построенные на основе эмпирических, а не теоретических обобщений, не в меньшей степени, чем строгие, являются эффективным орудием познания сложных динамичных систем.

В своей теореме, имеющей фундаментальное философское и общенаучное значение, Курт Гедель доказал, что внутри любой абстрактной системы выводного знания высокого уровня, начиная с определенного уровня сложности, всегда имеются истинные утверждения, которые не могут быть доказаны средствами этой системы, и ложные утверждения, которые не могут быть опровергнуты. Из теоремы Геделя о неполноте следует, что невозможно теоретическим выводным путем доказать универсальность законов или принципов и установить степень их истинности, существенности. Эта теорема не только торпедировала глобальную программу полной формализации математики Д.Гильберта, доказав невозможность ее реализации, но оказала и продолжает оказывать мощное влияние на развитие современной науки.

По тому влиянию, которое оказала теорема Геделя на методологию науки, близко открытое в XX веке чрезвычайно важное явление алгоритмической неразрешимости. Существуют классы корректно поставленных массовых проблем, допускающих применение алгоритмов, для которых, тем не менее, доказано отсутствие каких-либо алгоритмов их решения. Явление алгоритмической неразрешимости имеет принципиальное значение и для других наук, в частности для психологии и педагогики. Из него следует невозможность обобщенной системы точных предписаний по решению задач одного и того же типа. Она означает наложение ряда принципиальных ограничений на основные компоненты деятельности человека или деятельности любой другой системы, обладающей психикой. Это ограничения на планирование деятельности, на ее осуществление, на контроль результатов, коррекцию [3].

Как мы видим, к началу XXI века в общенаучной картине мира произошли существенные изменения, которые не могли не затронуть и частные науки, в том числе и математику. Математика, как традиционно жестко детерминированная наука, долгие годы служила образцом использования точных понятий и рассуждений для других наук. Но в последние годы, как отмечает М. Клайн, математика утратила определенность, критерии абсолютной истинности и неизменности. При поисках ответа на вопрос, что такое математика и что следует принять за основу при ее построении, математики сталкиваются со все возрастающими сложностями. Основной вывод состоит в следующем: имеется не одна, а много математик. То, что некогда считалось неотъемлемой особенностью математики – неоспоримый вывод из явно сформулированных аксиом, - навсегда отошло в прошлое [2].

В современном мире все более отчетливо осознается потребность в более гибкой, более мягкой и подвижной математике. Одной из идей В.И. Арнольда явилась идея мягкого моделирования. Им была убедительно показана полезность мягких моделей, в которых присутствует неопределенность, многозначность путей развития, и опасность жестких моделей, для которых предопределен единственный путь развития [1].

Модель отражает внутреннюю, сущностную организацию системы, которая определяется, прежде всего, ее целями. Если в жесткой модели цели ставятся весьма конкретно и должны обязательно достигаться заданным путем, то в мягкой модели цели носят более общий характер, к ним можно стремиться, не достигая их, притом разными возможными путями. Этот доклад имеет гораздо более общее философское, методологическое значение, чем это могло показаться вначале.

Все сказанное В.И. Арнольдом применимо и к педагогическим моделям. В образовании также имеются жесткие и мягкие модели. Только для очень простых систем, стабильно воспроизводящих свои состояния, предсказания могут быть строгими. Но педагогика – это не небесная механика, а педагогические системы относятся к иному, более сложному классу систем, чем механические. И когда ставится задача предсказать состояние сложного образовательного процесса, то даже если имеется знание о тенденциях его развития, то на этой основе выстраивается несколько сценариев будущего. Какой из них реализуется, заранее определить невозможно, так как превращение потенциальных возможностей в действительность зависит от множества факторов, в том числе и случайных. Ретроспективно, глядя назад, на уже свершившийся процесс, можно указать причины, почему реализовался тот или иной сценарий развития и раскрыть логику этого развития. Но, глядя вперед и

делая прогнозы, мы принципиально можем обозначить лишь веер возможностей и в лучшем случае определить, какие из них более, а какие менее вероятны.

Следует подчеркнуть, что речь идет о моделях, призванных более адекватно отражать объективную сложность реального мира. На практике нечеткие неопределенные объекты и понятия встречаются повсюду: высокий, низкий, красивый, синий, имеющий длину 1 м, имеющий вес 80 кг и т.д. – все эти понятия при внимательном рассмотрении являются размытыми. Координаты, скорость, сила, масса и другие физические характеристики не могут быть точно измерены.

Очень выпукло значение нестрогой математики отражено в позиции известного математика и философа Барта Коско, по мнению которого два тысячелетия назад человечество сделало роковую ошибку, заложив в фундамент науки не «зыбкую поэтику ранних восточных философий», а «выхолощенную двоичную логику Аристотеля». И с тех пор классическая «черно-белая» бинарная логика все более отдаляется от реального многоцветного мира, где нет ничего абсолютного, а все самое интересное «происходит в туманной области между “да” и “нет”».

В современной математике признаки становления новой научной картины мира все более различимы. В последнее время появились новые разделы (теория катастроф, геометрия фракталов, асимптотическая математика и др.) и построены логические теории на основе неточных, размытых понятий, многозначной логики, нечетких отношений и нечетких множеств, послужившие основой математической теории мягких моделей.

Все эти изменения в математической картине мира должны каким-то образом учитываться и в математическом образовании. Методика обучения математике, в отличие от математики, с нестрогими определенными, «размытыми» понятиями оперирует уже давно. В качестве примеров таких понятий можно указать «развитие», «творчество», «понимание», «упражнение», «задача», «пространственное воображение» и т.д. Как отмечал известный методист В.В. Фирсов, встречающиеся в литературе попытки построения «строгих» определений для понятий подобного рода, как правило, вызывают жалкое впечатление. Более естественным в гуманитарных дисциплинах является задание понятий через неформальное описание и/или примеры, ориентированные на контекст, в котором будут использоваться эти понятия. Подобный подход вовсе не является слабостью методики обучения математике и должен применяться вполне сознательно. Дело в том, что использование нестрогих понятий позволяет оперировать с ними в плохо определенных «размытых» контекстах, типичных для гуманитарной сферы. С другой стороны, всякое уточнение их убивает, поскольку сокращает область возможного применения. Интересно, что аналогичные ситуации встречаются и в рамках самой что ни на есть классической математики: блестящей иллюстрацией сказанному является эволюция понятия «многогранник» в геометрии [5].

На методике обучения математике несомненно должно сказаться как изменение научной картины мира, так и переход общества в новую компьютерную эпоху. Надо видеть и использовать тот факт, что компьютер – несомненный посредник между практическим и теоретическим уровнем понимания математики. Компьютер убирает страх перед математикой у большинства учеников. Даже слабые ученики могут самостоятельно вести наблюдение и обсуждать увиденное. Из пассивных или почти отключенных от процесса добывания знаний они в какой-то степени превращаются в активных его участников. Информатизация образования активизирует самостоятельность обучаемых, способствует индивидуализации учебного процесса, переходу от обучения к самообучению и самообразованию. В этих условиях образовательные системы, во всяком случае, их основные подсистемы, связанные с передачей информации, усвоением нового, творчеством, должны быть отнесены к сложным нелинейным самоорганизующимся системам, законы развития которых основываются на принципах синергетики.

Один из таких принципов – *принцип когерентности* – согласованность взаимодействия элементов, которая проявляется в масштабе всей образовательной среды. Этот принцип вводит в педагогику новые способы объединения простых структур в сложные. Объединение развивающихся в разном темпе структур происходит через синхронизацию их скорости развития. Принцип когерентности в обучении означает кооперацию и сотрудничество в решении учебных и профессиональных проблем. Примером реализации этого принципа в образовании является создание групп, кружков, секций, отрядов из разновозрастных коллективов учеников, объединенных общей целью. В сетевом пространстве – это участие в коллективных учебных проектах. Благодаря согласованным коллективным действиям ученики попадают в один темпомир, начинают развиваться с оптимальной скоростью.

Следует учитывать, что в современном мире практически уже вся деятельность является коллективной и, следовательно, коллективная учебная деятельность в гораздо большей степени

способствует формированию компетенций, чем индивидуальная. Поэтому принцип когерентности должен рассматриваться в качестве ведущего в первую очередь при коллективном обучении через сеть.

При этом взаимодействие обучающегося и компьютера можно характеризовать как интеллектуальное партнерство, представляющее так называемый «распределенный интеллект». Сфера взаимодействия обучающихся в значительной степени смещается в сферу сетевого пространства, где они должны совместно решать поставленные перед ними проблемы или те проблемы, которые они сами формулируют. На первый план выдвигается проективное начало, компьютерные сети используются не только для получения знаний, а в большей степени для сотрудничества, обучения коллективным усилиям, для получения опыта профессиональной деятельности. Применение сетевых технологий способствует решению проблемы мотивации обучающихся, сближению процессов обучения и исследования. Взаимодействие в виртуальной среде во многом также снимает проблемы субъективно-психологического характера, часто мешающие решению поставленных задач в условиях реального общения [4].

Таким образом, проблемы, открывающиеся перед методикой обучения математике в постнеклассический период развития науки и при переходе к сетевому обществу, могут быть эффективно решены лишь на основе новых методологических подходов.

### Список литературы

1. Арнольд В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. – М.: МЦНМО, 2000.
2. Клайн М. Математика. Утрата определенности. – М.: Мир, 1984.
3. Тестов В.А. Обновление содержания обучения математике: исторические и методологические аспекты: монография. – Вологда: ВГПУ, 2012. – 176 с.
4. Тестов В.А., Голубев О.Б. Образование в информационном обществе: переход к новой парадигме: монография. – Вологда: ВоГУ, 2016. – 176 с.
5. Фирсов В.В. Методика обучения математике как научная дисциплина. //Полином, №1, 2009/ mathedu.ru / e-journal.